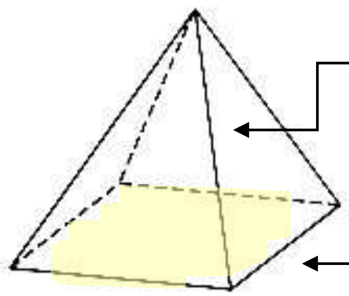
Dans une pyramide régulière, les faces latérales sont des triangles isocèles.



4 faces latérales

4 triangles isocèles

Base carrée

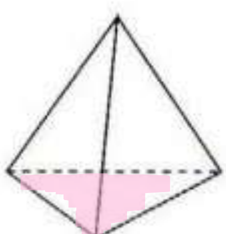
Remarque : Une pyramide a autant de faces latérales que le polygone formant sa base a de côtés.

Nom des pyramides :

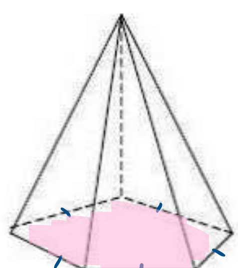
Tout comme les prismes, on nomme une pyramide d'après sa base.

Exemple :

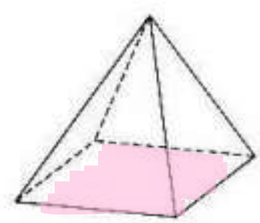
Nomme les pyramides selon leur base.



pyramide à base triangulaire



pyramide à base pentagonale



pyramide à base carrée

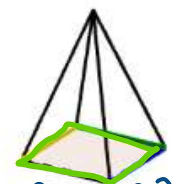
L'aire d'une pyramide

Formule

Aire totale d'une pyramide =Aire de la base + Aire latérale

$$A_T = A_B + A_L$$

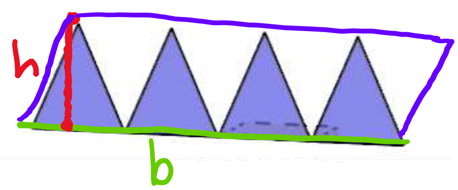
Aire de la base (A_B)



$A_B = C^2$

C'est l'aire du polygone formant la base de la pyramide. On utilise les formules d'aire des polygones (voir page 1)

Aire latérale (A_L)



$A_L = \frac{\overset{Pb}{\cancel{\text{base}}} \cdot \overset{ap}{\cancel{\text{hauteur}}}}{2}$

L'aire latérale d'un prisme est la somme des aires de toutes ses faces latérales. Elle peut se calculer de deux façons :

1re façon de calculer A_L

$$A_L = \frac{P_B \cdot a_P}{2}$$

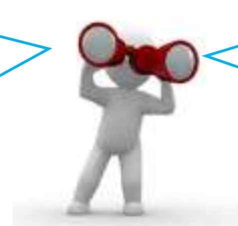
On privilégie cette façon si la base de la pyramide est un polygone régulier

ou

2e façon de calculer A_L

A_L = **Somme de toutes les faces latérales**

On privilégie cette façon si la base de la pyramide n' est pas un polygone irrégulier!



A_L : Aire latérale

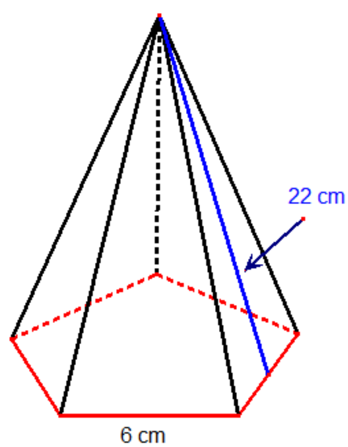
P_B: Périmètre de la base

a_P:Apothème de la pyramide

Exercices :

Trouve l'aire latérale des deux pyramides.

a)



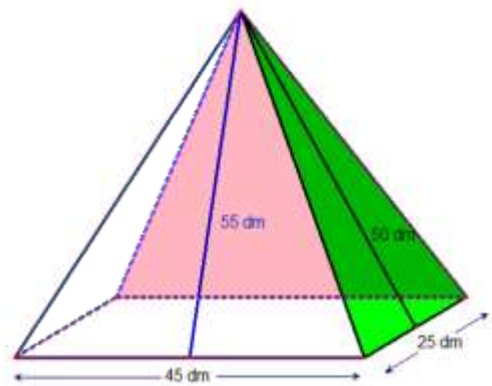
$$A_L = \frac{P_B \cdot a_P}{2}$$

$$A_L = \frac{6 \cdot 5 \cdot 22}{2}$$

$$= 330 \text{ cm}^2$$

Aire latérale: 330 cm²

b)



$A_L =$ **Somme de toutes les faces latérales**

A 2 triangles verts

$$A_{Tri} = \cancel{2}\left(\frac{b \cdot h}{\cancel{2}}\right)$$

$$= 25 \cdot 50$$

$$= 1250 \text{ dm}^2$$

A 2 triangles roses

$$A_{Tri} = \cancel{2}\left(\frac{b \cdot h}{\cancel{2}}\right)$$

$$= 45 \cdot 55$$

$$= 2475 \text{ dm}^2$$

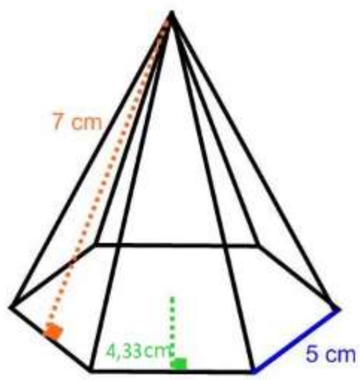
Somme des 4 triangles lateraux : $1250 + 2475 = 3725$

Aire latérale : 3725 dm²

Détermine l'aire totale des pyramides suivantes.

ATTENTION !! Lorsque la base de la pyramide est un polygone régulier, il y a deux apothèmes dans le solide. Il ne faut pas les mélanger.

a) Quelle est l'aire totale de cette pyramide?



$$A_T = A_b + A_L$$

$$= \frac{c \cdot a \cdot n}{2} + \frac{P_B \cdot a_p}{2}$$

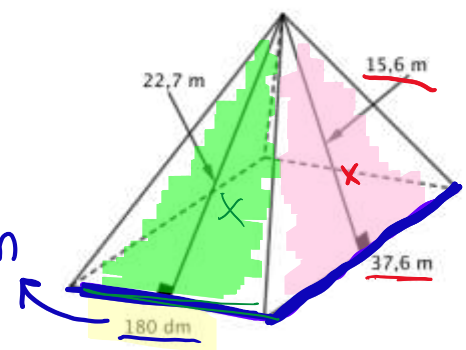
$$= \frac{5 \cdot 4{,}33 \cdot 6}{2} + \frac{6 \cdot 5 \cdot 7}{2}$$

$$= 64{,}95 + 105$$

$$= 169{,}95$$

Aire totale : 169,95 cm^2

b) Quelle est l'aire totale de cette pyramide à base rectangulaire?



$A_T = A_b +$ Somme des A_L

$$= b \cdot h + \frac{\cancel{2}(b \cdot h)}{\cancel{2}} + \frac{\cancel{2}(b \cdot h)}{\cancel{2}}$$

$$= 18 \cdot 37{,}6 + 37{,}6 \cdot 15{,}6 + 18 \cdot 22{,}7$$

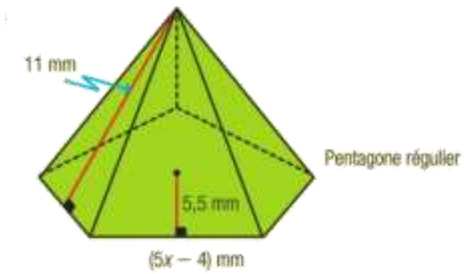
$$= 676{,}8 + 586{,}56 + 408{,}6$$

$$= 1671{,}96$$

Aire totale : 1671,96 m^2

Un peu d'algèbre…

1) Quelle expression algébrique réduite nous donne l'aire totale de cette pyramide?



$$A_T = A_b + \frac{P_b \cdot a_p}{2}$$

$$= \frac{c \cdot a \cdot n}{2} + \frac{n \cdot c \cdot a_p}{2}$$

$$= \frac{(5x-4) \cdot 5{,}5 \cdot 5}{2} + \frac{5(5x-4) \cdot 11}{2}$$

$$= \frac{(5x-4) \cdot 27{,}5}{2} + \frac{55(5x-4)}{2}$$

$$= (5x-4) \cdot 13{,}75 + 27{,}5(5x-4)$$

$$= 68{,}75x - 55 + 137{,}5x - 110$$

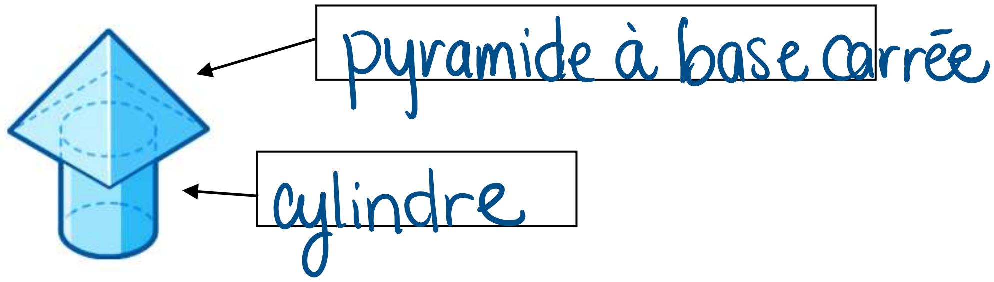
$$= 206{,}25x - 165$$

Expression algébrique réduite de l'aire totale : $(206{,}25x - 165)\,mm^2$

L’aire des solides décomposables

Un solide décomposable est un solide composé de différents solides connus et superposés.

Exemple :

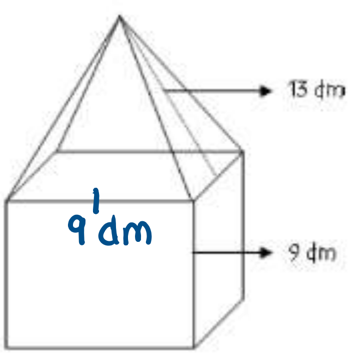


Pour trouver l’aire d’un solide décomposable, il faut :

- Décomposer le solide en plusieurs solides connus;
- Trouver l’aire **VISIBLE** de chaque solide connu individuellement;
- Additionner toutes les aires trouvées (seulement ce qui est **VISIBLE**).

Exemples :

1) Trouve l’aire totale de ce solide décomposable formé d’un cube et d’une pyramide.



$$A_T = A_L \text{ pyramide} + 5 \text{ faces du cube}$$

$$= \frac{P_b \cdot a_p}{2} + 5 \cdot c^2$$

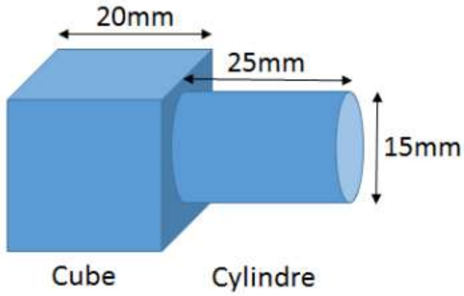
$$= \frac{4 \cdot 9 \cdot 13}{2} + 5 \cdot 9^2$$

$$= 234 + 405$$

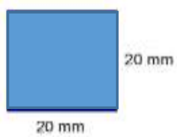
$$= 639$$

Aire du solide décomposable: 639 dm²

2) Trouve l'aire totale de ce solide décomposable formé d'un cube et d'un cylindre



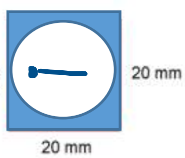
→ Rayon $= D \div 2 = 15 \div 2 = 7{,}5$ mm

5 x 

5 faces du cube $= 5 \cdot c^2$

$= 5 \cdot 20^2$

$= 2000 \text{ mm}^2$

1 x 

$r = 7{,}5$ mm

$A_{carré} - A_{disque} = c^2 - \pi r^2$

$= 20^2 - \pi(7{,}5)^2$

$= 400 - \pi \cdot 56{,}25$

$= 400 - 176{,}71$

$\approx 223{,}29 \text{ mm}^2$

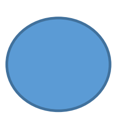
1 x 

A_L cylindre $= 2\pi r h$

$= 2\pi \cdot 7{,}5 \cdot 25$

$= 375\pi$

$\approx 1178{,}1 \text{ mm}^2$

1 x 

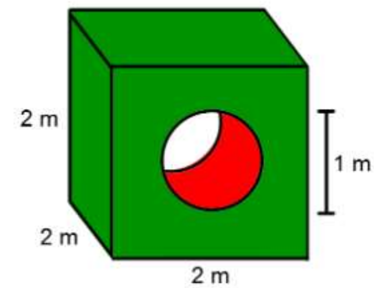
$A_{disque} \approx 176{,}71 \text{ mm}^2$

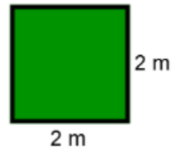
Somme de toutes les faces $= 2000 + 223{,}29 + 1178{,}1 + 176{,}71$

$\approx 3578{,}1$

Aire du solide décomposable: $\approx 3578{,}1 \text{ mm}^2$

3) Trouve l'aire totale de ce solide décomposable concave. Il est formé d'un cube avec un TROU cylindrique à l'intérieur



4 

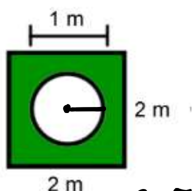
① 4 faces du cube

$= 4 \cdot c^2$

$= 4 \cdot 2^2$

$= 4 \cdot 4$

$= 16\,m^2$

2 

rayon = 0,5m

② 2 faces du cube auquel on enlè un disque

$= 2\,(c^2 - \pi r^2)$

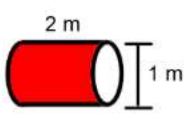
$= 2\,(2^2 - \pi(0{,}5)^2)$

$= 2\,(4 - \pi(0{,}25))$

$= 2\,(4 - 0{,}79)$

$= 2\,(3{,}21)$

$\approx 6{,}42\,m^2$

1 

③ A latérale du cylindre à l'intérieur

$A_L = 2\pi r h$

A Latérale $= 2\pi(0{,}5)(2)$

$= 2\pi$

$\approx 6{,}28\,m^2$

④ Somme des parties du solide

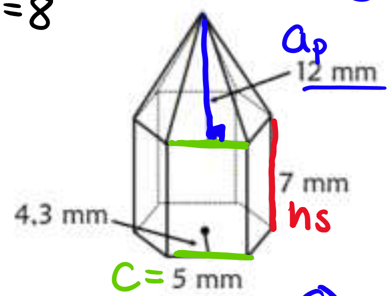
$= 16 + 6{,}42 + 6{,}28$

$\approx 28{,}7\,m^2$

Aire du solide décomposable: $A_T \approx 28{,}7\,m^2$

4) Trouve l'aire totale de ce solide formé d'une pyramide et d'un prisme à base hexagonale

$n=8$



① $A_{\text{Latérale Pyramide}}$

$$A_L = \frac{P_B \cdot a_p}{2} = \frac{n \cdot c \cdot a_p}{2} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 12}{2} = 180\ mm^2$$

② $A_{\text{Laterale Prise}}$

$$A_L = P_B \cdot h = n \cdot c \cdot h_s = 6 \cdot 5 \cdot 7 = 210\ mm^2$$

③ $A_{\text{base Prisme}}$

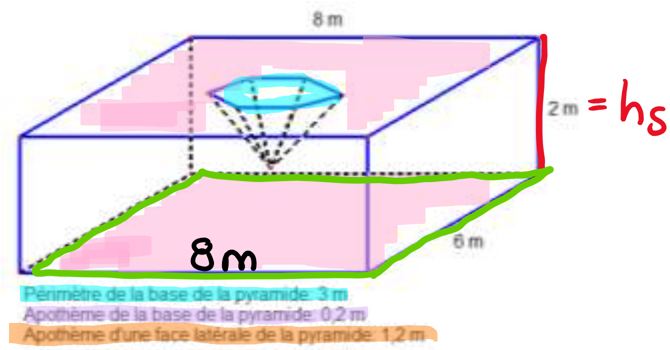
$$A_{base} = \frac{n \cdot c \cdot a}{2} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4{,}3}{2} = 64{,}5\ mm^2$$

④ Somme des Parties :

$454{,}5\ mm^2$

Aire du solide décomposable: $A_T = 454{,}5\ mm^2$

5) Trouve l'aire totale du solide concave ci-dessous. C'est une pyramide à base hexagonale creusée à l'intérieur d'un prime.



① $A_{\text{TOTALE du Prisme}}$

$$A_T = 2A_B + P_B \cdot h_s$$
$$= 2(6 \cdot 8) + 2(6+8) \cdot 2$$
$$= 2(48) + 2(14) \cdot 2$$
$$= 96 + 56$$
$$= 152\ m^2$$

② $A_{\text{Latérale Pyramide}}$

$$A_L = \frac{P_B \cdot a_p}{2}$$
$$= \frac{3 \cdot 1{,}2}{2}$$
$$= 1{,}8\ m^2$$

③ Enlever $A_{\text{base de la Pyramide}}$

$$A_{BASE} = \frac{n \cdot c \cdot a}{2} = \frac{P_B \cdot a}{2} = \frac{3 \cdot 0{,}2}{2}$$
$$= 0{,}3\ m^2$$

④ Somme des Parties

$$152 + 1{,}8 - 0{,}3 = 153{,}5\ m^2$$
(← trou)

Aire du solide décomposable: $= 153{,}5\ m^2$