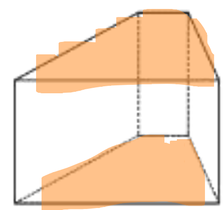
L'aire d'un prisme

Formule

Aire totale d'un prisme =Aire des 2 bases + Aire latérale

$$A_T = 2A_B + A_L$$

Aire des 2 bases ($2 \cdot A_B$)



L'aire des bases est l'aire des deux polygones formant les bases de ce prisme. On utilise les formules d'aire des polygones (voir page 1)

$$Ab = \frac{(B+b) \cdot h}{2}$$

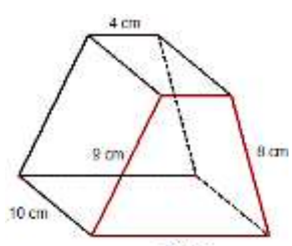
Aire latérale (A_L)

L'aire latérale d'un prisme est la somme des aires de toutes ses faces latérales. Elle peut se calculer de deux façons :

1re façon de calculer A_L

$$A_L = P_B \cdot h_s$$

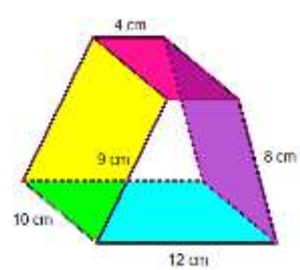
P_B : Périmètre de la base
h_S: Hauteur du solide



Ou

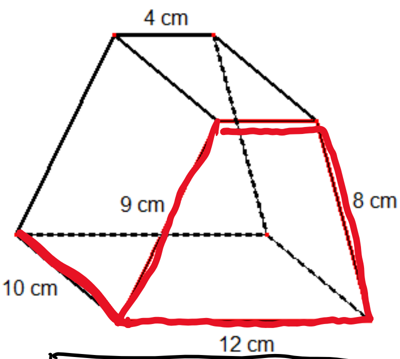
2e façon de calculer A_L

$A_L =$ **Somme de toutes les faces latérales**



Trouve l'aire latérale du prisme à base trapézoïdale avec les deux façons différentes de la page précédente :

a) 1re façon de calculer A_L



$\boxed{A_L = P_B \cdot h_s}$

$A_L = P_B \cdot h_s$

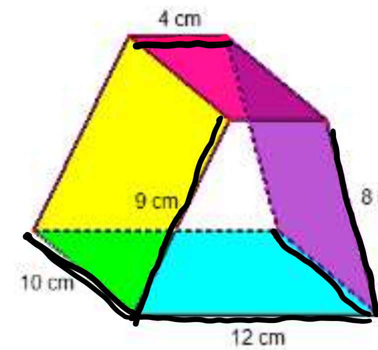
$= (12+9+8+4) \cdot 10$

$= 33 \cdot 10$

$= 330\ cm^2$

Aire latérale : $330\ cm^2$

b) 2e façon de calculer A_L



$A_L =$ **Somme de toutes les faces latérales**

A rectangle Rose

$A = b \cdot h$

$= 4 \cdot 10$

$= 40\ cm^2$

A retangle Bleu

$A = b \cdot h$

$= 12 \cdot 10$

$= 120\ cm^2$

A rectangle Jaune

$A = b \cdot h$

$= 9 \cdot 10$

$= 90\ cm^2$

A rectangle mauve

$A = b \cdot h$

$= 8 \cdot 10$

$= 80\ cm^2$

A_L = Somme des 4 rectangles

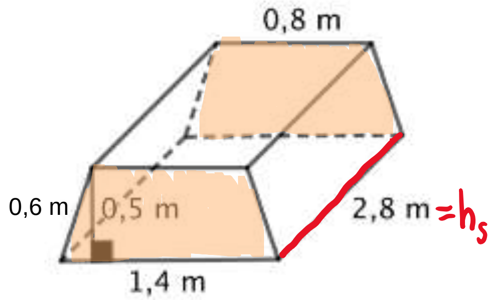
$= 40 + 120 + 90 + 80$

$= 330\ cm^2$

Aire latérale: $330\ cm^2$

Exercices : Trouve l'aire totale des prismes suivants :

a)



$A_T = 2 \cdot A_B + A_L$

$= 2 \cdot \frac{(B+b) \cdot h}{2} + P_B \cdot h_s$

$= \cancel{2} \cdot \frac{(1{,}4+0{,}8) \cdot 0{,}5}{\cancel{2}} + (1{,}4+0{,}8+0{,}6+0{,}6) \cdot 2{,}8$

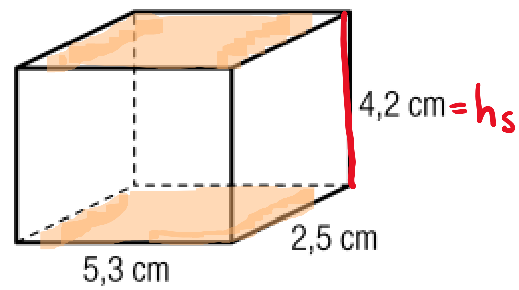
$= 2{,}2 \cdot 0{,}5 + 3{,}4 \cdot 2{,}8$

$= 1{,}1 + 9{,}52$

$= 10{,}62$

Aire totale : $10{,}62\ m^2$

b)



$A_T = 2 \cdot A_B + A_L$

$= 2 \cdot b \cdot h + P_B \cdot h_s$

$= 2 \cdot 5{,}3 \cdot 2{,}5 + (2 \cdot 5{,}3 + 2 \cdot 2{,}5) \cdot 4{,}2$

$= 26{,}5 + (10{,}6 + 5) \cdot 4{,}2$

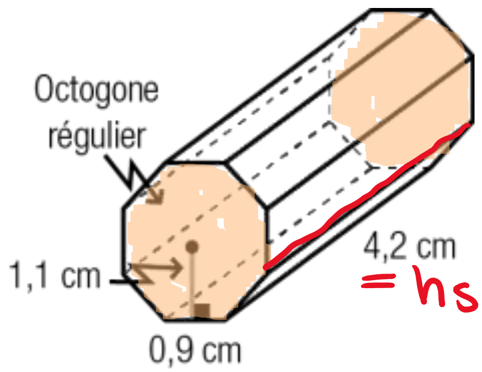
$= 26{,}5 + 15{,}6 \cdot 4{,}2$

$= 26{,}5 + 65{,}52$

$= 92{,}02$

Aire totale : $92{,}02\ cm^2$

c)



$A_T = 2 \cdot A_B + A_L$

$= \cancel{2} \cdot \frac{c \cdot a \cdot n}{\cancel{2}} + P_B \cdot h_s$

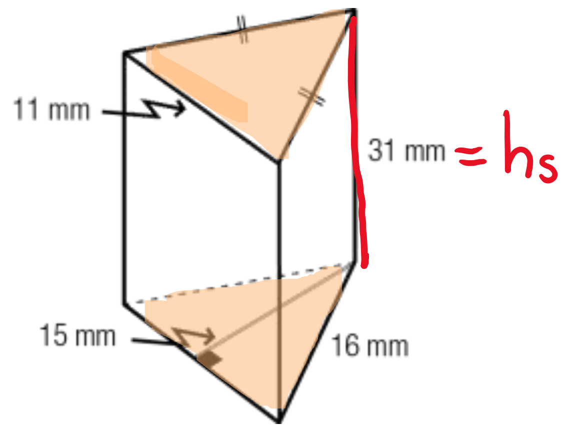
$= \underline{0{,}9 \cdot 1{,}1 \cdot 8} + \underline{8 \cdot 0{,}9 \cdot 4{,}2}$

$= \underline{7{,}92 + 30{,}24}$

$= 38{,}16$

Aire totale : 38,16 cm²

d)



$A_T = 2 \cdot A_B + A_L$

$= \cancel{2} \cdot \frac{bh}{\cancel{2}} + P_B \cdot h_s$

$= \underline{11 \cdot 15} + (16+16+11) \cdot 31$

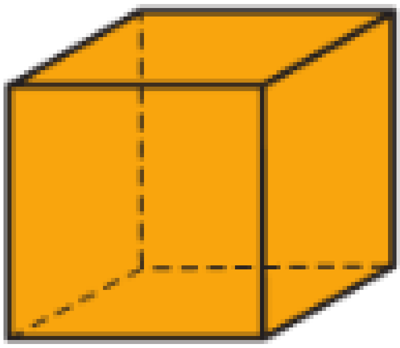
$= 165 + \underline{43 \cdot 31}$

$= \underline{165 + 1333}$

$= 1498$

Aire totale : 1498 mm²

Prisme particulier : Le cube



Le cube est un prisme à base carrée dont les faces latérales sont aussi des carrés.

Il existe donc une formule simplifiée pour l'aire totale de ce prisme.

Voici comment arriver à la formule simplifiée de l'aire totale d'un cube

$$A_T = 2 \cdot A_B + A_L$$

$$A_T = 2\,A_B + P_B \cdot h_s$$

$$A_T = 2 \cdot c^2 + 4c \cdot c$$

$$A_T = 2c^2 + 4c^2$$ → Se sont des Termes semblables

$$A_T = 6c^2$$

L'aire d'un CUBE

Formule

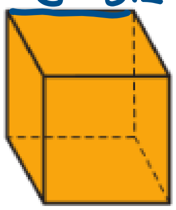
$$A_T = 6c^2$$

Où c est la mesure de l'arête du cube

Exercices

a) *Détermine l'aire de ce cube si la mesure d'un côté est de 3,2 cm. Arrondie ta réponse au centième près.*

$c = 3{,}2\text{ cm}$



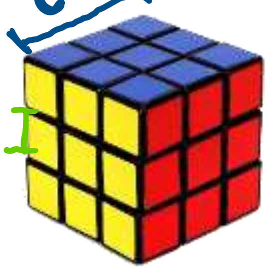
$$A_T = 6c^2$$
$$= 6(3{,}2)^2$$
$$= 6 \cdot 10{,}24$$
$$= 61{,}44$$

Aire du cube : $61{,}44\text{ cm}^2$

b) *Le cube Rubik est un des jeux de casse-tête les plus vendus au monde. Il est formé de 26 petits cubes fixés à un axe central qui permet leur déplacement afin de les disposer par couleur sur chaque face du cube. L'aire totale d'un cube Rubik est de 223,26 cm², calcule la mesure d'un des petits côtés des faces carrés formant ce cube (le côté d'un petit collant de couleur). Arrondi ta réponse au centième près.*

c

Petit côté "x"



① Trouver la mesure de l'arête du cube connaissant l'aire totale

$$A_T = 6c^2$$
$$\frac{223{,}26}{6} = \frac{6 \cdot c^2}{6}$$
$$37{,}21 = c^2$$
$$\sqrt{37{,}21} = c$$
$$6{,}1 \approx c$$

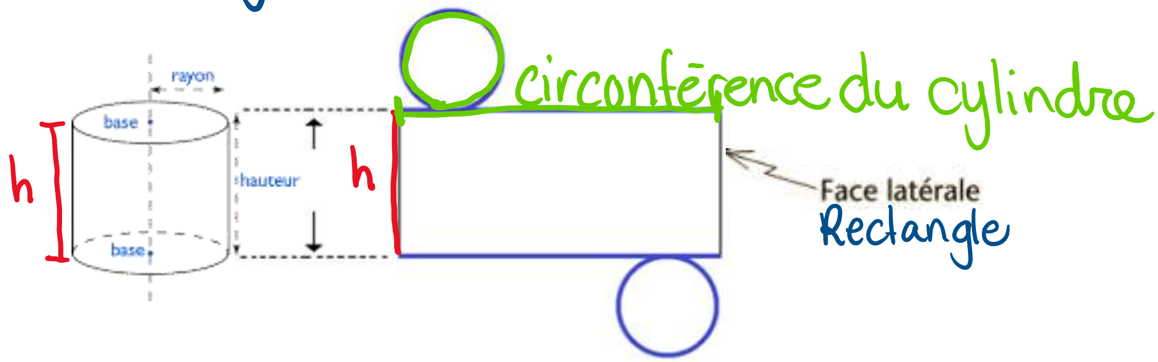
② Diviser l'arête en 3 pour trouver la mesure du petit côtés

$$x = \frac{c}{3} = \frac{6{,}1}{3} \approx 2{,}03$$

Mesure des côtés d'un petit carré $2{,}03\text{ cm}$

Le cylindre

Un cylindre est comme un « prisme » dont les deux bases sont des disques isométriques et dont la face latérale est un rectangle enroulé



La **hauteur** est la distance entre les 2 disques représentant les bases.

L'aire d'un cylindre

Voici comment arriver à la formule de l'aire totale d'un cylindre à partir de l'aire totale du prisme

$$A_T = 2 \cdot A_B + A_L$$

$$A_T = 2 \cdot A_B + P_B \cdot h_s$$

$$A_T = 2 \cdot \pi r^2 + 2 \cdot \pi r \cdot h_s$$

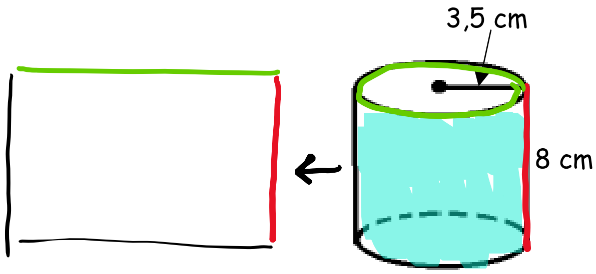
A_T : Aire totale du solide
A_B: Aire de la base
A_L : Aire latérale
h_S: Hauteur du solide
r: Rayon de la base

Formule

$$A_T = 2\pi r^2 + 2\pi r h$$

Exercices:

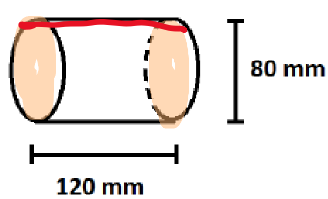
a) *Détermine l'aire LATÉRALE du cylindre suivant. Arrondi ta réponse au centième près.*



$$A_L = P_B \cdot h_S$$
$$= 2\pi r h$$
$$= 2 \cdot \pi \cdot 3{,}5 \cdot 8$$
$$= 56\pi$$
$$\approx 175{,}93$$

Aire latérale: $\approx 175{,}93\ cm^2$

b) *Détermine l'aire totale de ce cylindre. Donne la réponse exacte, puis, la réponse arrondie au centième près.*



Rayon = 40 mm

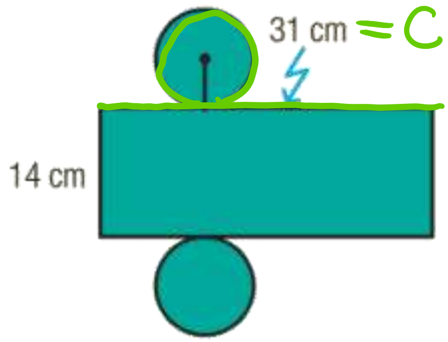
$$A_T = 2\pi r^2 + 2\pi r h$$
$$= 2\pi \cdot 40^2 + 2\pi \cdot 40 \cdot 120$$
$$= 3200\pi + 9600\pi$$
$$= 12\,800\pi$$
$$\approx 40\,212{,}38597$$

Aire totale valeur exacte : $12\,800\pi\ mm^2$

Aire totale réponse arrondie au centième près : $\approx 40\,212{,}39\ mm^2$

Trouver une mesure manquante dans un cylindre

a) Trouve le rayon de ce cylindre connaissant les mesures suivantes :



$C = 2\pi r$

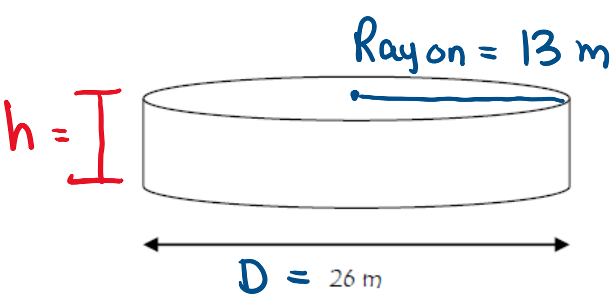
$\frac{31}{2} = \frac{2\pi r}{2}$

$\frac{15{,}5}{\pi} = \frac{\pi \cdot r}{\pi}$

$4{,}9338 \approx r$

Mesure du rayon de la base du cylindre : $\approx 4{,}93$ cm

b) Trouve la hauteur de ce cylindre, sachant que son aire totale est de 598π m^2.



$A_T = 2\pi r^2 + 2\pi r h$

$598\pi = 2\pi \cdot 13^2 + 2\pi 13 \cdot h$

$598\pi = 338\pi + 26\pi \cdot h$

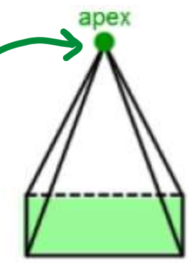
$-338\pi \qquad -338\pi$

$\frac{260\pi}{26\pi} = \frac{26\pi \cdot h}{26\pi}$

$10 = h$

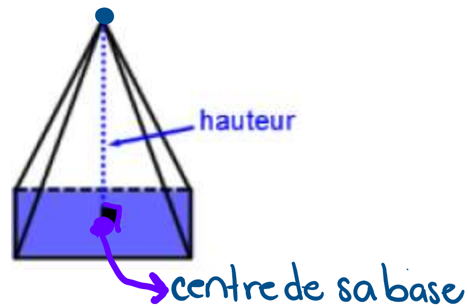
Mesure de la hauteur du cylindre : 10 m

Les pyramides

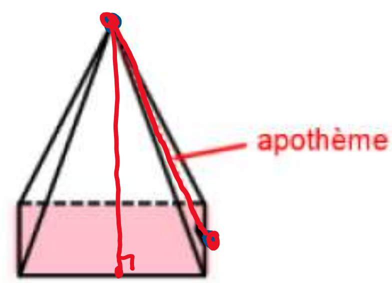


Toute pyramide possède une seule base formée d'un polygone.

Le sommet de la pyramide se nomme l'apex.



La hauteur d'une pyramide est la distance entre l'apex et le centre de sa base.



L'apothème d'une pyramide régulière est le segment abaissé perpendiculairement de l'apex vers le côté de sa base, au miliaux

En d'autres mots, il correspond à la hauteur du triangle formant une face latérale.

Remarque Il faut faire ATTENTION de ne pas mélanger l'apothème DE LA PYRAMIDE avec l'apothème DE LA BASE lorsque la base est un polygone régulier.