



Mathématiques

Étape 2

Chapitres 4 et 3:

L'aire de figures planes
et

Les équations algébriques

Nom : Corrigé

Groupe : _____

*Ce cahier a été rédigé par Mylène Picotte et Josiane Richard
avec l'aide de Meggie Blanchette, PANORAMATH B et Puissance² pour la rédaction
des exercices supplémentaires*

2019

Table des matières

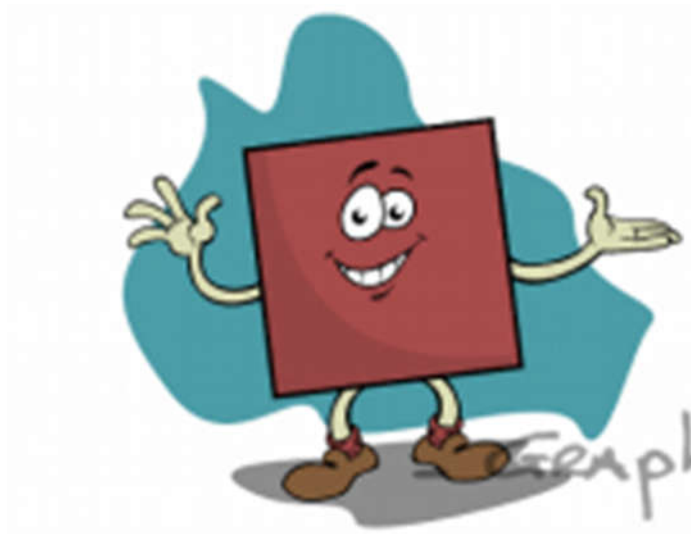
<i>Notes de cours</i>	5
Rappel : Le périmètre et l'aire	6
Périmètre.....	6
Aire	6
Section 4.1	7
Les conversions d'unités de mesure	7
Les unités de longueur	7
Les unités d'aire.....	8
Sections 4.2 à 4.4.....	11
Les formules d'aire	11
L'aire de polygones décomposables	16
Un peu d'algèbre... ..	18
Section 4.5	22
Les polygones	22
Somme des angles intérieurs d'un polygone	22
Définitions	23
Polygone régulier.....	23
L'apothème.....	23
L'aire des polygones réguliers	23
Un peu d'algèbre... ..	25
<i>Exercices supplémentaires</i>	27
Section 4.1	28
La conversion des unités de mesure	28
Section 4.2 à 4.4	29
Le périmètre et l'aire de rectangles, de carrés et des parallélogrammes.....	29
L'aire de triangles, de losanges et de trapèzes	33
La racine carrée et la résolution d'équations.....	37
Le monôme, la multiplication et la division algébriques.....	41
Section 4.5	44
Les polygones	44
<i>Notes de cours</i>	51

Traduction d'énoncés en expressions algébriques	52
La construction d'une expression algébrique ou d'une équation.....	52
<i>Exercices supplémentaires</i>	59
Traduction d'énoncé simple.....	60
Résolution d'équation algébrique	62

Chapitre 4

L'aire des figures planes

Notes de cours



Rappel : Le périmètre et l'aire

Périmètre

1 dimension
c'est la longueur de la ligne fermée correspondant au contour de la figure.

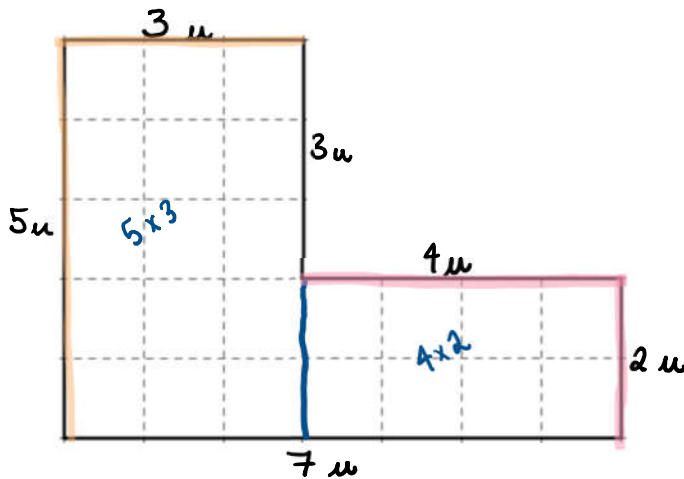
On exprime le périmètre d'une figure en unités de longueur.

Aire

2 dimensions
C'est la mesure de la surface délimitée par une figure.

On exprime l'aire d'une figure en unités carrées (u^2).

Détermine l'aire et le périmètre de la figure ci-dessous.



Périmètre

$$P_{\text{figure}} = 3 + 3 + 4 + 2 + 7 + 5 = 24u$$

Aire

$$\begin{aligned} A_{\text{figure}} &= 3 \times 5 + 4 \times 2 \\ &= 15 + 8 \\ &= 23 u^2 \end{aligned}$$

Périmètre : 24 unités de longueur

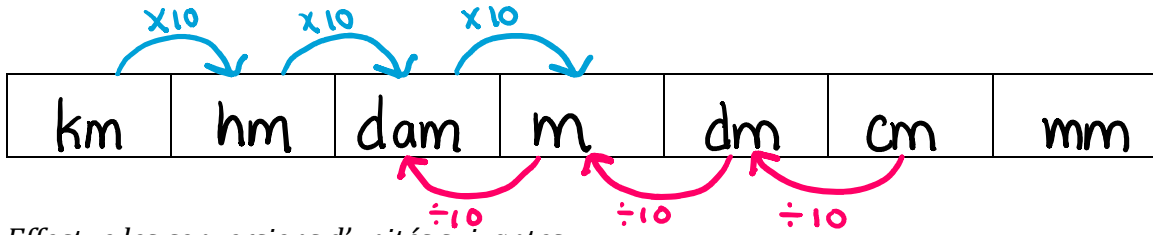
Aire : 23 unités carrées

Section 4.1

Les conversions d'unités de mesure

On peut utiliser diverses unités de mesure. C'est le contexte qui permet de déterminer l'unité la plus adaptée.

Les unités de longueur

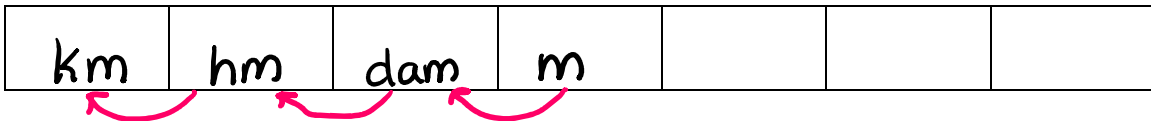


Effectue les conversions d'unités suivantes.

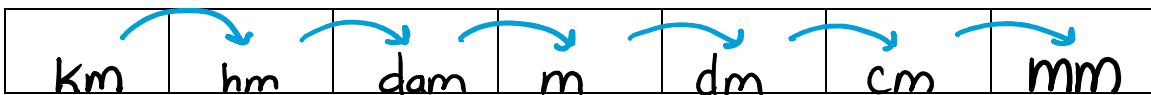
a) $9 \text{ dm} = \underline{0,09} \text{ dam}$
 $\div 10^2$



b) $4,6 \text{ m} = \underline{0,0046} \text{ km}$
 $\div 10^3$

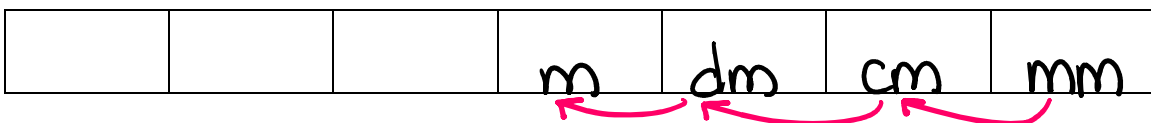


c) $115 \text{ km} = \underline{115\,000\,000} \text{ mm}$
 $\times 10^6$



6 fois

d) $28 \text{ mm} = \underline{0,028} \text{ m}$
 $\div 10^3$



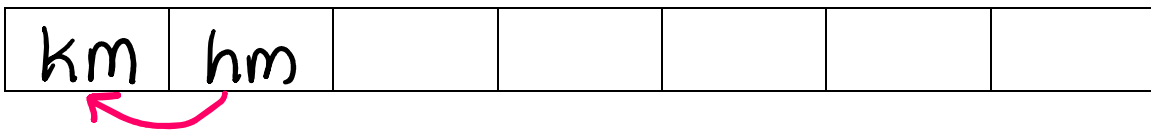
e) $980 \text{ hm} = \underline{9\ 800\ 000} \text{ cm}$
 $\times 10^4$



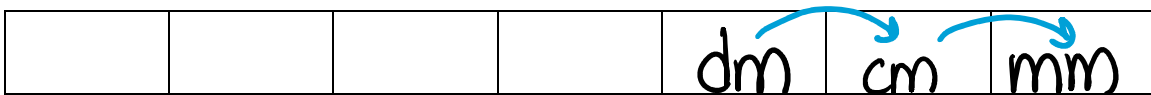
f) $125 \text{ m} = \underline{1250} \text{ dm}$
 $\times 10$



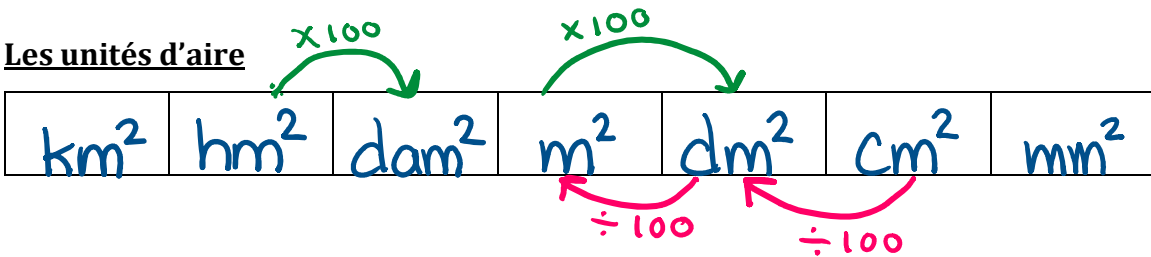
g) $2,7 \text{ hm} = \underline{0,27} \text{ km}$
 $\div 10$



h) $0,008 \text{ dm} = \underline{0,8} \text{ mm}$
 $\times 10^2$

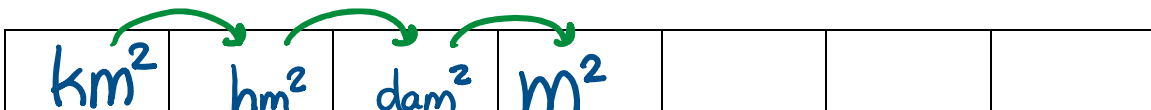


Les unités d'aire



Effectue les conversions d'unités suivantes.

a) $5 \text{ km}^2 = \underline{5\ 000\ 000} \text{ m}^2$
 $\times 100^3$



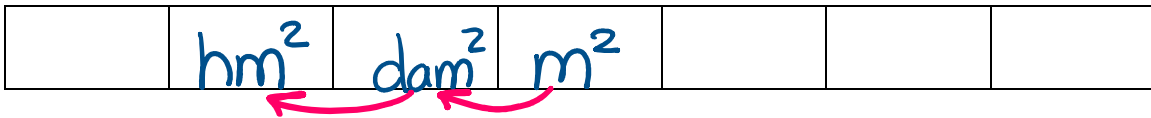
b) $0,8 \text{ km}^2 = \underline{80\ 000\ 000} \text{ dm}^2$
 $\times 100^4$



c) $8 \text{ cm}^2 = \underline{800} \text{ mm}^2$
 $\times 100$



d) $7,41 \text{ m}^2 = \underline{0,000\ 741} \text{ hm}^2$
 $\div 100^2$



e) $32 \text{ km}^2 = \underline{320\ 000\ 000\ 000} \text{ cm}^2$
 $\times 100^5$



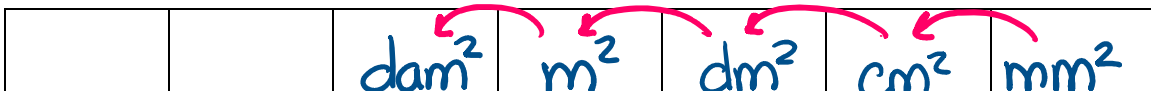
f) $300 \text{ hm}^2 = \underline{3} \text{ km}^2$
 $\div 100$



g) $255,85 \text{ hm}^2 = \underline{255\ 850} \text{ dam}^2$
 $\times 100$

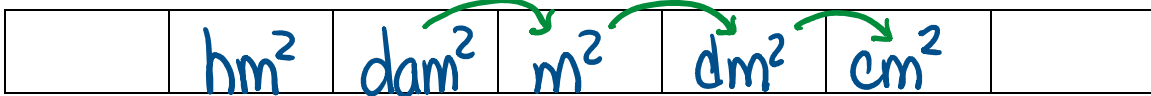


h) $222,3 \text{ mm}^2 = \underline{0,000\ 002\ 223} \text{ dam}^2$
 $\div 100^4$

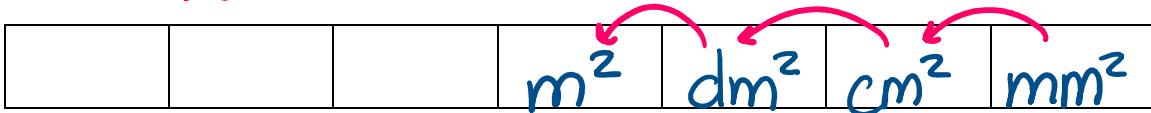


$3,2 \times 10^{11}$

i) $0,003 \text{ dam}^2 = \underline{3000} \text{ cm}^2$
 $\times 100^3$



j) $900 \text{ mm}^2 = \underline{0,0009} \text{ m}^2$
 $\div 100^3$



k) $0,5 \text{ m}^2 = \underline{500\ 000} \text{ mm}^2$
 $\times 100^3$



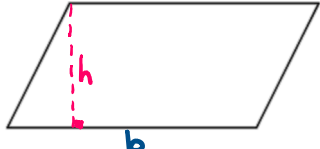
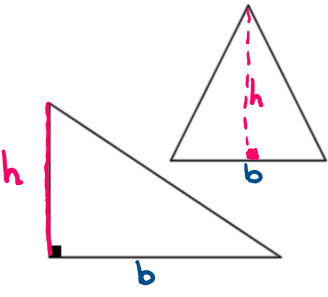

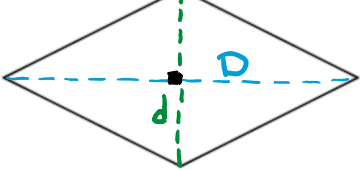


l) $1224 \text{ mm}^2 = \underline{0,0001224} \text{ dam}^2$
 $\div 100^4$



Sections 4.2 à 4.4

Les formules d'aire

Nom	Figure	Formule d'aire
Carré		$A_{\text{carré}} = c^2$
Rectangle		$A_{\text{rectangle}} = b \cdot h$
Parallélogramme		$A_{\text{parallélogramme}} = b \cdot h$
Triangle		$A_{\text{triangle}} = \frac{b \cdot h}{2}$
Trapeze		$A_{\text{trapeze}} = \frac{(B+b) \cdot h}{2}$
Losange		$A_{\text{losange}} = \frac{D \cdot d}{2}$

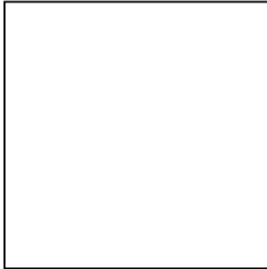
- La hauteur correspond à la mesure d'un segment à la base.

perpendiculaire

Détermine le **périmètre** et l'**aire** des figures suivantes.

a)

$$C = 8,6 \text{ dm}$$



$$P_{\text{carré}} = 8,6 \times 4 = 34,4$$

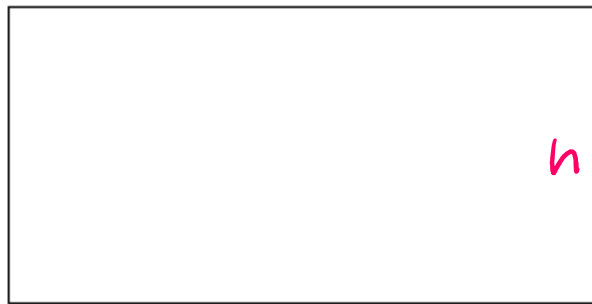
$$\begin{aligned} A_{\text{carré}} &= C^2 \\ &= 8,6^2 \\ &= 73,96 \end{aligned}$$

Périmètre du carré : 34,4 dm

Aire du carré : 73,96 dm²

b)

$$b = 9 \text{ cm}$$



$$h = 4,5 \text{ cm}$$

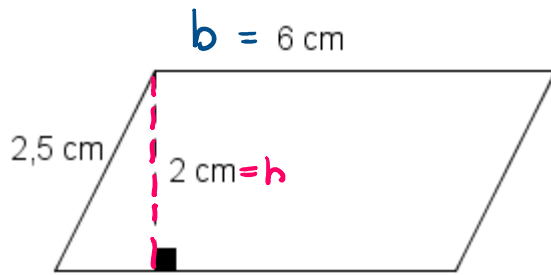
$$\begin{aligned} P_{\text{rectangle}} &= 2(9) + 2(4,5) \\ &= 18 + 9 \\ &= 27 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{\text{rectangle}} &= b \cdot h \\ &= 9 \cdot 4,5 \\ &= 40,5 \end{aligned}$$

Périmètre du rectangle : 27 cm

Aire du rectangle : 40,5 cm²

c)



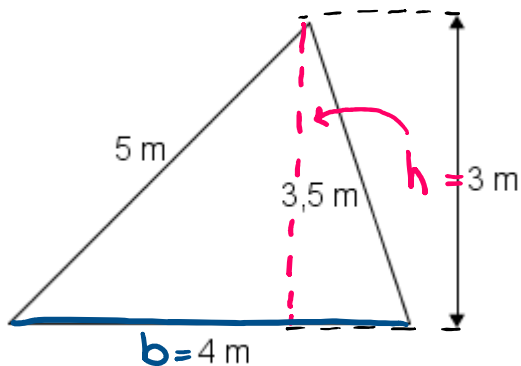
$$P_{\text{parallélogramme}} = 6 + 6 + 2,5 + 2,5 \\ = 17$$

$$A_{\text{parallélogramme}} = b \cdot h \\ = 6 \cdot 2 \\ = 12$$

Périmètre : 17 cm

Aire : 12 cm²

d)



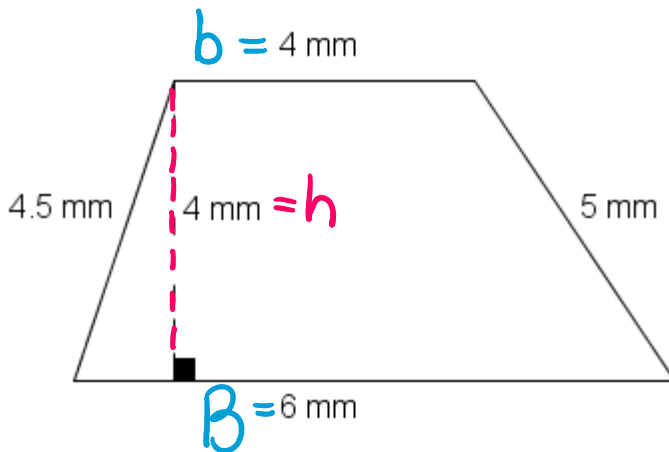
$$P_{\text{triangle}} = 5 + 4 + 3,5 \\ = 12,5$$

$$A_{\text{triangle}} = \frac{b \cdot h}{2} \\ = \frac{4 \cdot 3,5}{2}$$

Périmètre : 12,5 m

Aire : 7 m²

e)



$$P_{\text{Trapeze}} = 4 + 6 + 5 + 4,5$$

$$= 19,5$$

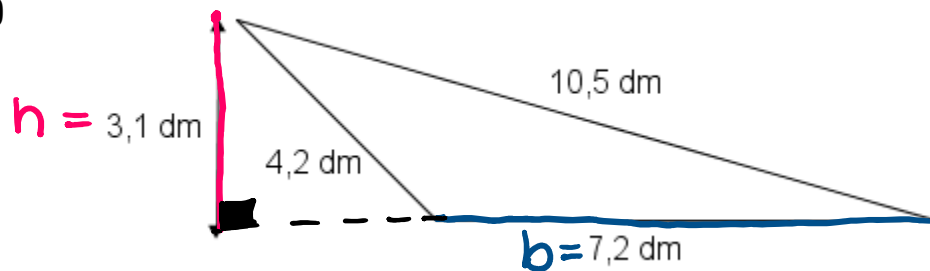
$$A_{\text{Trapeze}} = \frac{(B+b) \cdot h}{2}$$

$$= \frac{(6+4) \cdot 4}{2}$$

Périmètre : 19,5 mm

Aire : 20 mm²

f)



$$P_{\text{triangle}} = 4,2 + 10,5 + 7,2$$

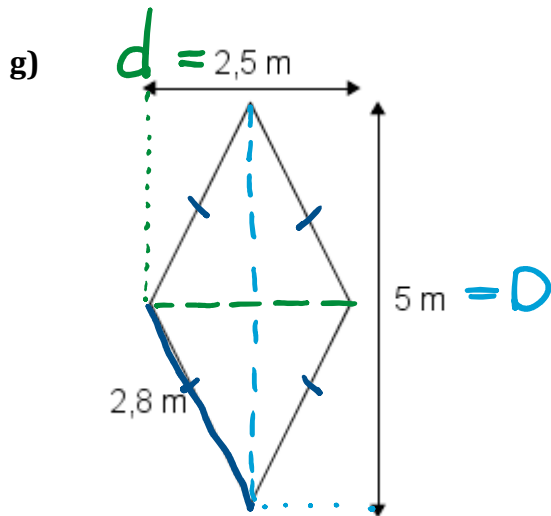
$$= 21,9$$

$$A_{\text{Triangle}} = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$= \frac{7,2 \cdot 3,1}{2}$$

Périmètre : 21,9 dm

Aire : 11,16 dm²



Le losange a
4 côtés isométriques

$$P_{\text{losange}} = 2,8 \cdot 4$$

$$= 11,2$$

Périmètre: 11,2 m

$$A_{\text{losange}} = \frac{D \cdot d}{2}$$

$$= \frac{5 \cdot 2,5}{2}$$

Aire: 6,25 m²

L'aire de polygones décomposables

Un **polygone décomposable** est un polygone complexe que l'on peut décomposer en

aire de figures dont on connaît les formules

Calcule l'aire des polygones suivants.

1 dm $\xrightarrow{\times 10}$ 10 cm $\xrightarrow{\div 10}$ 1 mm

a)

- Aire de 2 rectangles isométriques
- + Aire 1 triangle
- conversion d'unités
- base du triangle = 80 cm

A figure

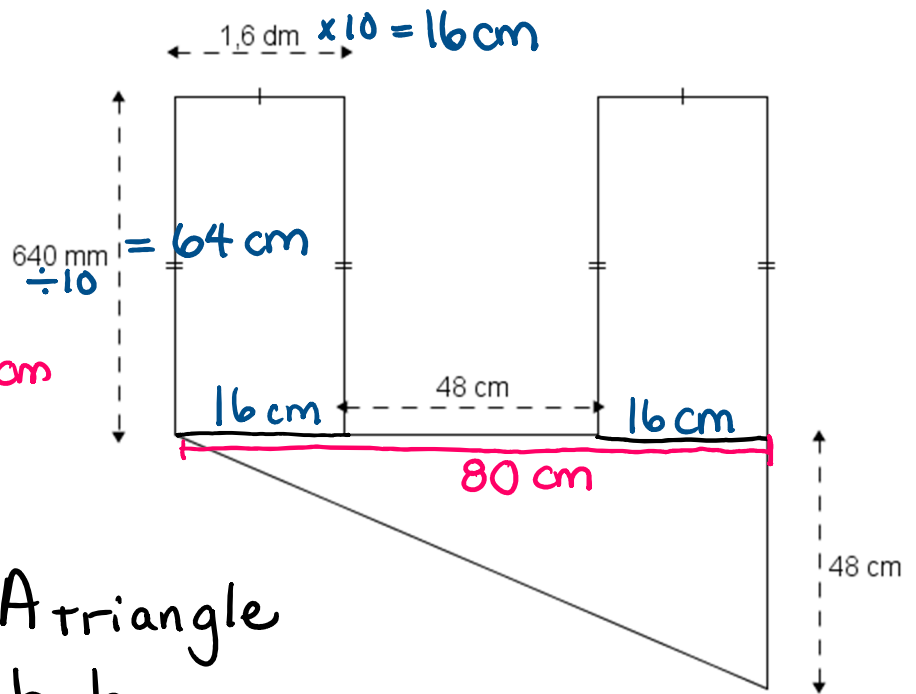
$$= 2 \cdot A_{\text{rectangle}} + A_{\text{triangle}}$$

$$= 2 (b \cdot h) + \frac{b \cdot h}{2}$$

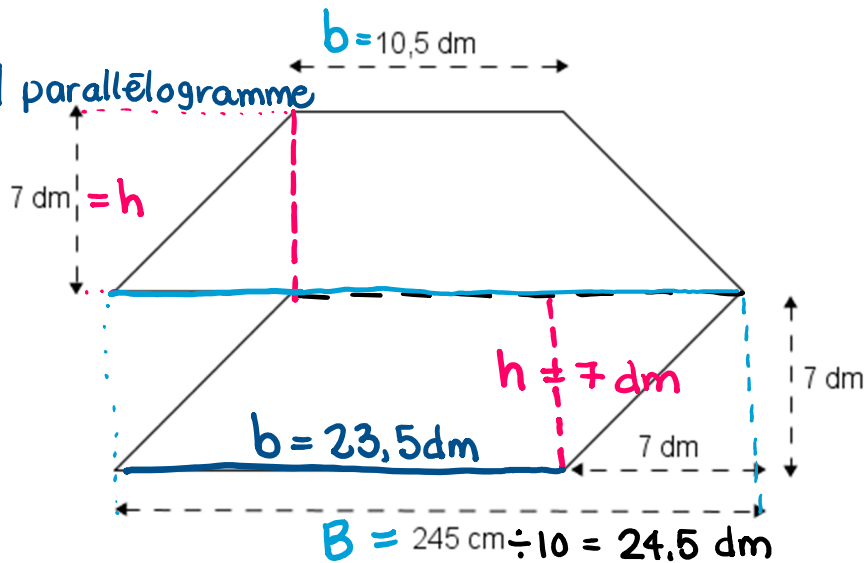
$$= 2 (16 \cdot 64) + \frac{80 \cdot 48}{2}$$

$$= 2 (1024) + 1920$$

Aire totale : 3968 cm²



b) Aire 1 trapèze + Aire 1 parallélogramme



A figure

$$= A_{\text{Trapèze}} + A_{\text{parallélogramme}}$$

$$= \frac{(B+b) \cdot h}{2} + b \cdot h$$

$$= \frac{(24,5 + 10,5) \cdot 7}{2} + 23,5 \cdot 7$$

$$= \frac{(35) \cdot 7}{2} + 164,5$$

Aire totale : 287 dm²

c)

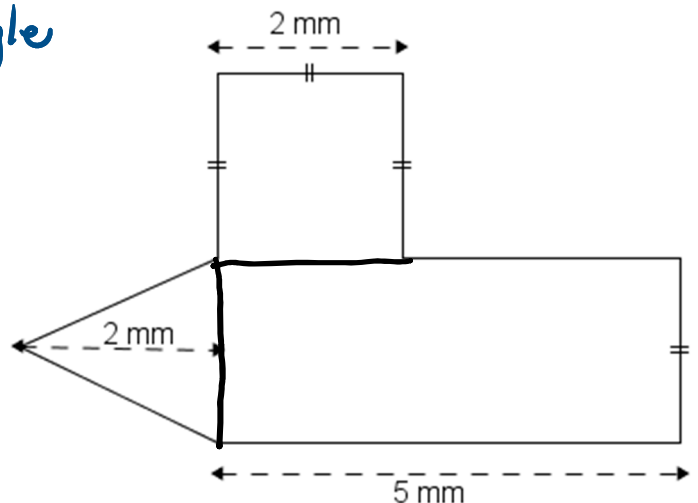
A figure

$$= A_{\text{carré}} + A_{\text{triangle}} + A_{\text{rectangle}}$$

$$= c^2 + \frac{b \cdot h}{2} + b \cdot h$$

$$= 2^2 + \frac{2 \cdot 2}{2} + 5 \cdot 2$$

$$= 4 + 2 + 10$$



Aire totale : 16 mm²

Un peu d'algèbre...

Grace à l'algèbre, on peut retrouver les mesures manquantes des figures planes. Il suffit de construire une équation avec les formules d'aire ou de périmètre, puis de résoudre l'équation afin de trouver la mesure inconnue représentée par une variable.

1. Quelle est la hauteur d'un triangle sachant que son aire est de 60 cm^2 et sa base de 12 cm ?

$$A_{\text{triangle}} = \frac{b \cdot h}{2}$$
$$2 \cdot 60 = \frac{12 \cdot h}{2} \cdot 2$$

$$\frac{120}{12} = \frac{12h}{12}$$

Hauteur : 10 cm $10 = h$

2. Quelle est la mesure du côté d'un carré sachant que son aire est 121 cm^2 ?

$$A_{\text{carré}} = c^2$$
$$\sqrt{121} = \sqrt{c^2}$$
$$11 = c$$

Mesure du côté : 11 cm

3. Le trapèze ci-contre a une aire de 24 mm^2 .

Quelle est la mesure de sa grande base?

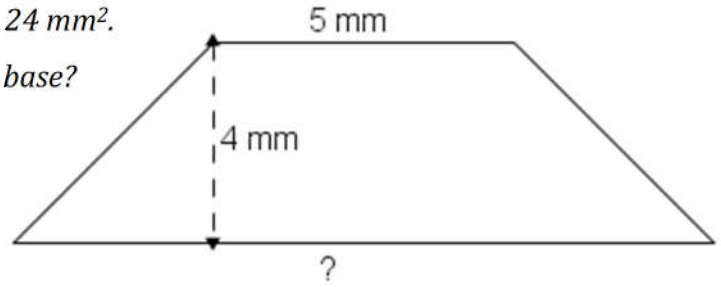
$$A_{\text{Trapèze}} = \frac{(B+b) \cdot h}{2}$$

$$2 \cdot 24 = \frac{(B+5) \cdot 4}{2} \cdot 2$$

$$\frac{48}{4} = \frac{(B+5) \cdot 4}{4}$$

$$12 = B+5$$

$$7 = B$$



Mesure de la grande base : 7 mm

4. Quelle est la mesure de la grande diagonale de ce losange sachant

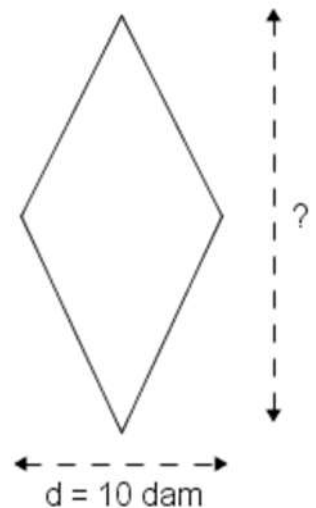
que son aire est de 200 dam^2 ?

$$A_{\text{losange}} = \frac{D \cdot d}{2}$$

$$2 \cdot 200 = \frac{D \cdot 10}{2} \cdot 2$$

$$\frac{400}{10} = \frac{D \cdot 10}{10}$$

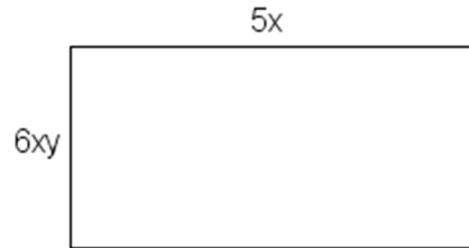
$$40 = D$$



Mesure de la grande diagonale : 40 dam

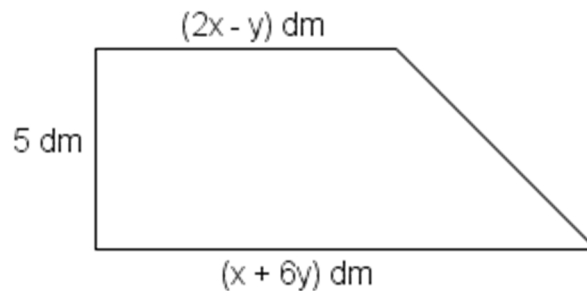
5. Quelle est l'expression algébrique correspondant à l'aire de ce rectangle?

$$\begin{aligned} \text{Arectangle} &= b \cdot h \\ &= 5x \cdot 6xy \\ &= 30x^2y \end{aligned}$$



Aire du rectangle : $(30x^2y)$ unités carrées

6. Quelle est l'expression algébrique correspondant à l'aire de ce trapèze?



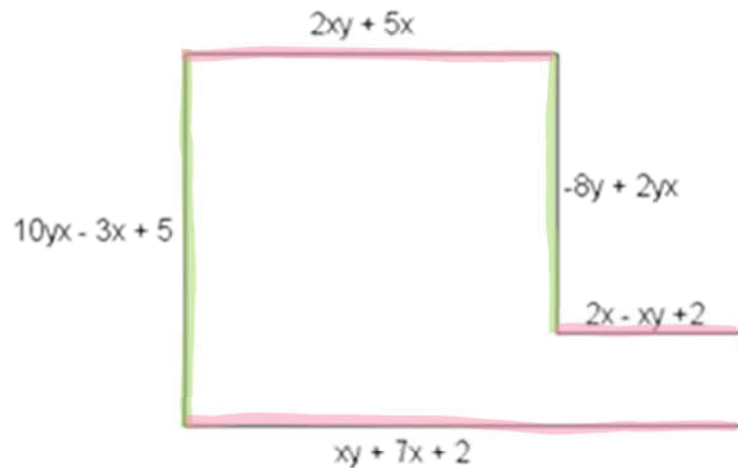
$$\begin{aligned} \text{Atrapèze} &= \frac{(B+b) \cdot h}{2} \\ &= \frac{(x+6y + 2x-y) \cdot 5}{2} \\ &= \frac{(3x + 5y) \cdot 5}{2} \end{aligned}$$

Aire du trapèze : $\frac{(15x + 25y)}{2}$

ou $\left(\frac{15x}{2} + \frac{25y}{2}\right)$

$(7,5x + 12,5y)$ unités carrées

7. Quelle expression algébrique correspondant au périmètre de cette figure?



Mesure du côté manquant:

$$= 10xy - 3x + 5 - (-8y + 2xy)$$

$$= 10xy - 3x + 5 + 8y - 2xy$$

$$= 8xy - 3x + 8y + 5$$

Périmètre total de la figure

$$= 10xy - 3x + 5 + xy + 7x + 2 + 8xy - 3x + 8y + 5 + 2x - xy + 2$$

$$- 8y + 2xy + 2xy + 5x = 22xy + 8x + 14$$

Méthode rapide

$$= 2(10xy - 3x + 5) + 2(xy + 7x + 2)$$

$$= 20xy - 6x + 10 + 2xy + 14x + 4$$

$$= 22xy - 8x + 14$$

Périmètre : _____

Section 4.5

Les polygones

Nom des polygones	Nombre de côtés
triangle	3
quadrilatère	4
pentagone	5
hexagone	6
heptagone	7
octogone	8
ennéagone	9
décagone	10
hendécagone	11
dodécagone	12

Somme des angles intérieurs d'un polygone

Il est possible de déterminer la somme des angles intérieurs d'un polygone (S) à l'aide de la formule suivante :

$$S = 180(n-2)$$

ou

$$S = 180n - 360$$

n = nombre de côtés du polygone

Définitions

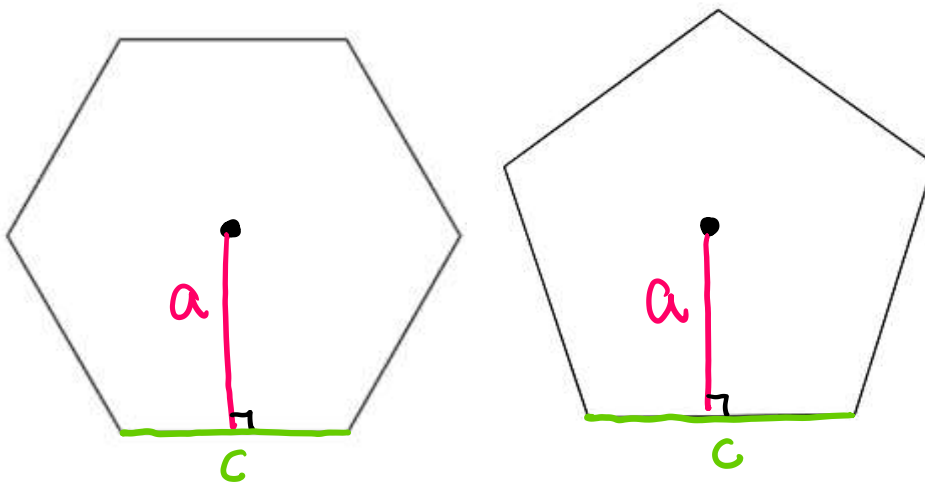
Polygone régulier

polygone dont Tous les côtés et TOUS les angles intérieurs sont isométriques

Autrement, il est dit irrégulier ou décomposable

L'apothème

L'apothème d'un polygone régulier est le segment qui est perpendiculaire aux côtés du polygone et qui joint le centre du polygone



L'aire des polygones réguliers

$$\text{Aire} = \frac{n \cdot c \cdot a}{2}$$

ou

$$\text{Aire} = \frac{P \cdot a}{2}$$

n : nombre de côté du polygone

c : mesure du côté du polygone

a : mesure de l'apothème du Polygone

$P = \text{Périmètre du polygone}$
 $= n \cdot c$

Détermine l'aire et le nom des polygones réguliers ci-dessous.

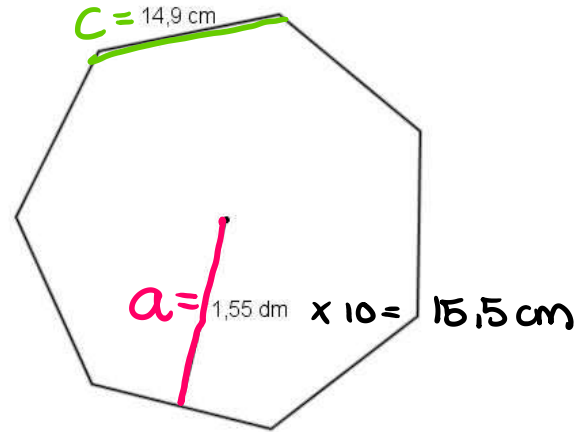
a) Nom: heptagone

$n=7$

$$A_{\text{Heptagone}} = \frac{n \cdot a \cdot c}{2}$$

$$= \frac{7 \cdot 15,5 \cdot 14,9}{2}$$

Aire: _____ = $808,325 \text{ cm}^2$



b) Nom: Octogone

$n=8$

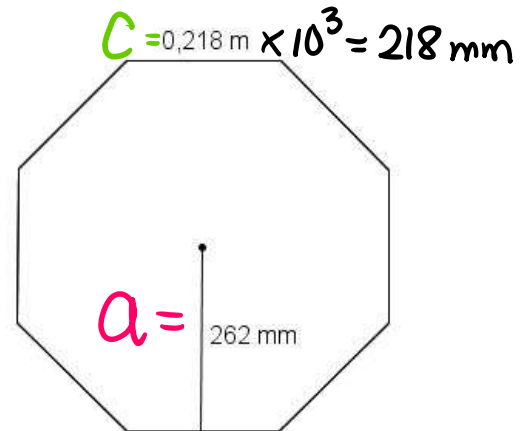
$$A_{\text{Octogone}} = \frac{n \cdot c \cdot a}{2}$$

$$= \frac{8 \cdot 218 \cdot 262}{2}$$

Aire: 228 464 mm^2

ou si on $\div 100^2$

$2284,64 \text{ dm}^2$



$$\underbrace{\text{m}}_2 \underbrace{\text{dm}}_2 \underbrace{\text{cm}}_2 \underbrace{\text{mm}}_2 \times 10^3$$

Un peu d'algèbre...

1. Détermine la mesure de l'apothème d'un pentagone régulier sachant que son aire est de $36,8 \text{ cm}^2$ et que la mesure de ses côtés est de $4,6 \text{ cm}$.

$$n = 5$$

$$c = 4,6$$

$$a = ?$$

$$A_{\text{pentagone}} = \frac{n \cdot c \cdot a}{2}$$

$$36,8 = \frac{5 \cdot 4,6 \cdot a}{2}$$

$$\frac{36,8}{11,5} = \frac{11,5 a}{11,5}$$

$$3,2 = a$$

Mesure de l'apothème = $3,2 \text{ cm}$

2. Détermine la mesure d'un côté d'un enneagone régulier sachant que son aire est de 1584 cm^2 et que son apothème mesure $2,2 \text{ dm}$.

$$\begin{aligned} &\div 100 \\ &= 15,84 \text{ dm}^2 \end{aligned}$$

$$n = 9$$

$$c = ?$$

$$a = 2,2$$

$$A_{\text{enneagone}} = \frac{n \cdot c \cdot a}{2}$$

$$15,82 = \frac{9 \cdot c \cdot 2,2}{2}$$

$$\frac{15,82}{9,9} = \frac{9,9 \cdot c}{9,9}$$

$$1,6 = c$$

Mesure d'un côté de cet enneagone = $1,6 \text{ dm}$

3. Je suis un polygone régulier dont la somme des mesures des angles intérieurs est 1620° . Qui suis-je?

$$S = 180n - 360$$

$$1620 = 180n - 360$$

$$\begin{aligned} + 360 & \\ \hline 1980 &= 180n \\ \hline 180 & \quad 180 \end{aligned}$$

$$11 = n$$

nombre de côtés = 11

Nom de ce polygone régulier : hendécogone